Ensimag 2A, UJF M1 – automne 2013
TDs optimisation
Jérôme Malick

Best-of exam'

Exercice 1 – Best-of 2013. Les propositions suivantes, fausses, sont extraites de copies de l'examen de décembre 2013. Trouver des contre-exemples ou des arguments qui montrent que les énoncés suivants sont **faux**. Les modifier ensuite pour les rendre vrais.

a) $\sup f(x) + f(y) = \sup f(x) + \sup f(y)$ (égalité mal ecrite, et fausse en général) ;

b) le problème dual est convexe, donc il n'y a pas de saut dual ;

c) la fonction $(x, y) \mapsto xy - 1$ est convexe ;

d) le simulateur de la fonction minimise la fonction ;

e) la fonction est convexe car c'est un sup de fonctions sur un ensemble convexe.

Exercice 2 – Best-of 2009. Mêmes questions avec les propositions, fausses, extraites de copies du partiel d'octobre 2009.

a) $x \mapsto |x|$ est linéaire ;

b) $\{x \in \mathbb{R}^n : \|Ax - b\| \leqslant 1\}$ est borné ;

c) f différentiable et C convexe, alors f est convexe sur C ;

d) f est positive donc admet un minimum ;

e) l'image réciproque d'un compact par une application continue est compact ;

f) f est strictement convexe et C est convexe, donc il existe une solution à

$$(P) \left\{ \begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & x \in C. \end{array} \right.$$

g) f est convexe et C compact, donc il y a unicité de la solution à (P).

Exercice 3 – Best-of partiel 2008. Mêmes questions avec les propositions, fausses, extraites de copies du partiel d'octobre 2008 :

a) f est quadratique, donc convexe ;

b) f a un seul minimum local, il est donc global ;

c) f est convexe, donc il existe un minimum ;

d) f continue sur un fermé et minorée, donc il existe un minimum ;

e) f est affine, donc coercive ;

f) la hessienne de f est définie-positive sur $\mathbb{R}^n$, donc f est coercive ;

g) $\mathbb{R}^n$ est compact ;

h) la composé de deux fonctions convexes est convexe.

Remarques. Suite à d'autres erreurs vues en partiel 2008, notez que :

- Si u et v sont des vecteurs, les opérations suivantes n'ont pas de sens : v^2, v^{-1}, $\frac{u}{v}$...
- Ne pas oublier $g(x) \leqslant 0$ et $h(x) = 0$ dans les conditions KKT.
- Pour la stricte convexité, on prend $\lambda \in]0, 1[$ **ouvert**.